Chapitre 3

Induction Electromagnétique

Dans ce qui a précédé, nous avons vu qu'un courant éléctrique I produit un champ d'induction magnétique $\vec{B}$. Dans ce chapitre, nous montrons comment produire un courant éléctrique I à partir d'un champ $\vec{B}$ exterieur. Il se trouve que le courant I produit n'est plus permanent ; il dépend maintenant du temps $I = I(t)$; c'est à dire : $\frac{dI}{dt} \neq 0$.

3.1 Force électromotrice induite : $f.e.m$

3.1.1 Lois d'induction

On distingue *2* lois : *loi de Faraday* définissant la $f.e.m$ induite ; *loi de Lenz* concernant le sens du courant induit.
Ces 2 lois, intimement liées, reposent sur une variation non nulle du flux magnétique $\Phi(t) \sim B \times S$ au cours du temps

$$\frac{d\Phi}{dt} \neq 0 \tag{3.1}$$

a) *Loi de Faraday*

Une facon d'établir la loi d'induction de Faraday est de considérer l'experience élémentaire suivante utilisant :

- une boucle de courant $\mathcal{B}$ constituée d'un fil conducteur relié à un galvanomètre comme dans la figure fig 3.1,
- un aimant, placé à proximité de la boucle, produisant un champ magnétique $\vec{B}$ ou baigne le circuit $\mathcal{B}$. Le champ $\vec{B}$ est donc un champ exterieur au circuit.

  Selon que l'on fixe l'aimant ou on le déplace à l'interieur de la boucle, on observe le phénomène suivant :

i) Lorsque l'aimant est *immobile*, soit un flux magnétique, $\Phi = \iint \vec{B}.\vec{dS}$, indépendant du temps, $\frac{d\Phi}{dt} = 0$, il n'y a pas de courant dans le fil.

ii) Par contre, lorsqu'on déplace l'aimant à l'interieur de la boucle, ce qui engendre un flux magnétique Φ variable dans le temps, $\frac{d\Phi}{dt} \neq 0$, on voit apparaître un courant $i = i(t)$ dont

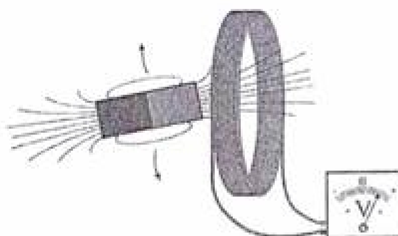


FIGURE 3.1 – *variation du flux du champ d'induction magnétique*

le signe varie selon qu'on approche ou qu'on éloigne l'aimant,

iii) Le courant $i(t)$ est d'autant plus important que le déplacement est rapide ; càd

$$\frac{d\Phi}{dt} \text{ grand } \rightarrow \; i(t) \text{ grand}$$

Résumons

		Aimant	variation $\frac{d\Phi}{dt}$	courant $i(t)$
i)	:	immobile	$= 0$	$= 0$
ii)	:	en mouvement	$\neq 0$	$\neq 0$

La variation du flux magnétique $\frac{d\Phi}{dt}$ induit un courant éléctrique $i(t)$ dans le conducteur. Ce courant induit est dû à une force électromotrice $e(t)$ appélée *f.e.m induite* et donnée par la relation suivante :

$$e(t) \;= -\frac{d\Phi}{dt} \qquad \text{Loi de Faraday} \tag{3.2}$$

La fem $e(t)$ est exprimée en volt et Φ en Weber.
Le sens du courant induit $i(t)$ est donné par la *loi de Lenz.*

b) Loi de Lenz

Les effets du courant induit s'opposent aux causes qui lui ont donné naissance

illustration de cette loi :

Un sélénoide parcouru par un courant I placé en face d'un circuit fermé C comme dans la figure. Si I *augumente*, le champ $B_{\text{solen}} \sim \mu_0 NI$ produit par le sélénoide *augumente* et son flux $\Phi = B_{\text{solen}} \times S$ à travers le circuit C *augumente* ; càd $\frac{d\Phi}{dt} > 0$. D'ou la naissance d'une *f.e.m* induite $e(t) = -\frac{d\Phi}{dt}$ et par conséquent un courant induit $i(t)$ dont le sens et tel qu'il créé un champ d'induction magnétique propre $\vec{B}_{ind} \neq \vec{0}$ dans le sens opposé a B_{solen}.

c) *Remarques : sources de variation du flux*

Pour un champ $\vec{B}$ ne dependant pas des coordonnées d'espace, et faisant un angle θ avec $\vec{S}$, le

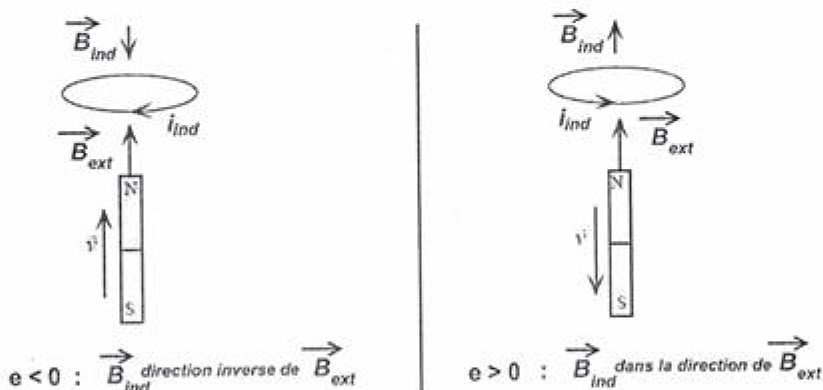


FIGURE 3.2 – *illustration de la de Loi de Lenz champ induit $\vec{B}_{ind}$ est de sens opposé au champ $\vec{B}$ qui lui a donné naissance : à gauche $\theta = 0$, à droite $\theta = \pi$*

flux magnetique est alors égale à $BS\cos\theta$.

La variation de ce flux induit une f.e.m Φ donnée par :

$$e = \underbrace{-\frac{dB}{dt}S\cos\theta}_{\text{variation de B}} - \underbrace{B\frac{dS}{dt}\cos\theta}_{\text{variation de S}} + \underbrace{BS\sin\theta\frac{d\theta}{dt}}_{\text{variation de }\theta}$$

Pour le cas particulier d'angle θ constants, il existe 2 facons de varier le flux $\Phi = \Phi(t)$ et donc de produire une f.e.m $e(t)$:

$i)$ soit faire dépendre $\vec{B}$ du temps : $\vec{B} = \vec{B}(t)$

$ii)$ faire dépendre la surface S du temps : $S = S(t)$

3.1.2 Champ electromoteur $\vec{E}_m$

L'existence d'un courant induit $i(t)$ dans le circuit fermé $(\mathcal{C})$ (fig 3.1) montre l'existence d'un champ éléctromoteur $\vec{E}_m$ qui agit sur les charges libres et dont la circulation le long de $(\mathcal{C})$ est égale à la f.e.m induite

$$e = \oint_C \vec{E}_m.\vec{dl} = -\frac{d\Phi}{dt}$$

Propriétés

– Le champ $\vec{E}_m$ est different du champ électrostatique

$$\vec{E}_m \neq \vec{E}_s = -\operatorname{grad} V$$

Si l'on supposerait que $\vec{E}_m = \vec{E}_s$, on aura :

$$\oint_C \vec{E}_s.\vec{dl} = -\oint_C \text{grad}\, V.\vec{dl} = -\oint_C dV = 0$$

– $\vec{E}_s$ et $\vec{E}_m$ sont 2 termes constituant le champ électrique

$$\vec{E} = \vec{E}_s + \vec{E}_m$$

a) *Equation de* $\vec{E}_m$

D'après le théorème de Stockes, nous avons :

$$e = \oint_{C=\partial S} \vec{E}_m.\vec{dl} = \iint_S rot\vec{E}_m.\vec{dS} \qquad \forall\ \mathcal{S}$$

comparons avec la Loi de Fraday ($\mathcal{S}$ indépendente du temps)

$$\begin{aligned} e &= -\tfrac{d\Phi}{dt} = -\tfrac{d}{dt}\iint_S \vec{B}.\vec{dS} \\ &= \iint_S \left(-\tfrac{\partial\vec{B}}{\partial t}\right).\vec{dS} \end{aligned}$$

il en découle

$$\boxed{rot\vec{E}_m = -\tfrac{\partial\vec{B}}{\partial t}}$$

Cette relation montre que $\vec{E}_m$ est intimement lié à la variation de $\vec{B}$ dans le temps.

b) *relation entre* $\vec{E}_m$ *et le potentiel vecteur* $\vec{A}$

Remplacons la relation $\vec{B} = rot\vec{A}$ dans l'equation précédente, nous obtenons

$$rot\vec{E}_m = -rot\frac{\partial\vec{A}}{\partial t} \qquad \Rightarrow \qquad rot\left(\vec{E}_m + \frac{\partial\vec{A}}{\partial t}\right) = \vec{0}$$

conduisant à

$$\boxed{\vec{E}_m = -\tfrac{\partial\vec{A}}{\partial t} \quad , \quad \text{div}\,\vec{E}_m = -\tfrac{\partial\,\text{div}\,\vec{A}}{\partial t}} \tag{3.3}$$

Dans une jauge arbitraire, nous avons également :

$$rot\left(\vec{E}_m + \frac{\partial\vec{A}}{\partial t}\right) = rot\,\text{grad}\,\varphi$$

avec φ une fonction scalaire arbitraire, ce qui donne en général

$$\vec{E}_m = -\frac{\partial\vec{A}}{\partial t} + \text{grad}\,\varphi$$

dans ce qui suit, on utilisera (3.3)

c) *champ électrique* $\vec{E}$

Le champ éléctrique $\vec{E}$ en présence des charges statiques q et des courants de charges $\vec{j}$ est donnée par

$$\vec{E} = \vec{E}_s + \vec{E}_m = -\,\mathrm{grad}\,V - \frac{\partial \vec{A}}{\partial t}$$

Comme $rot\vec{E}_s = \vec{0}$, la forme différentielle de la loi de Faraday s'écrit

$$rot\vec{E} \quad = \quad -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \qquad \textit{Maxwell - Faraday}$$

3.1.3 Circuit C en mouvement

On distingue 2 cas :

- ▶ pas de variation du champ $\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = \vec{0}$; et
- ▶ une variation non nulle $\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \neq \vec{0}$

a) *C dans un champ externe $\vec{B}$ uniforme*

Considérons un circuit filiforme C se déplacant avec une vitesse $\vec{v}$ dans un champ d'induction magnétique externe $\vec{B}$ uniforme $\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = \vec{0}$. Pendant un temps dt, le déplacement $d\vec{r} = \vec{v}dt$ engendre une surface cylindrique

$$S = C\,(t) \times \vec{v}dt$$

ayant pour base $C\,(t)$ et $C\,(t+dt)$ et une variation du flux

$$d\Phi = \Phi\,(t+dt) - \Phi\,(t)$$

qui n'est autre que le flux à travers la surface laterale $\vec{B}.d\vec{S}$ avec $d\vec{S}$ comme montré sur la figure, soit :

$$d\vec{S} = dS\vec{n} = d\vec{r} \wedge \overrightarrow{dl} = \vec{v}dt \wedge \overrightarrow{dl}$$

On a aussi

$$\frac{d\vec{S}}{dt} = \vec{v} \wedge \overrightarrow{dl} \equiv \overrightarrow{d\sigma} \quad \Leftrightarrow \quad d\vec{S} = dt\ \overrightarrow{d\sigma}$$

Les charges libres du circuit sont soumises à la force de la place $\vec{F}_m = q\vec{v} \wedge \vec{B}$ reliée au champ électromoteur comme suit,

$$\vec{F}_m = q\vec{E}_m, \qquad \vec{E}_m = \vec{v} \wedge \vec{B}$$

La *f.e.m* induite, dû au déplacement du circuit, est alors

$$\begin{aligned} e &= \oint_C \vec{E}_m.\overrightarrow{dl} \\ &= \oint_C (\vec{v} \wedge \vec{B}).\overrightarrow{dl} \\ &= -\oint_C (\vec{v} \wedge \overrightarrow{dl}).\vec{B} \end{aligned}$$

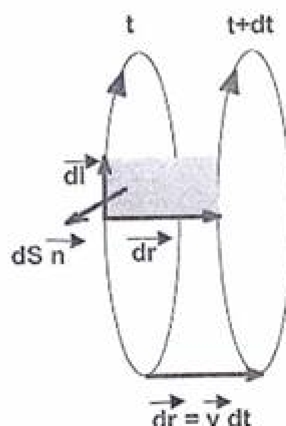


FIGURE 3.3 – *circuit électrique en mouvement dans une induction magnétique $\vec{B}$ uniforme.*

D'autre part, substituons $\vec{v} \wedge \overrightarrow{dl} = \overrightarrow{d\sigma}$, on obtient

$$\begin{aligned} e &= -\oint_C \overrightarrow{d\sigma}.\vec{B} \\ &= -\tfrac{d}{dt}\left(\iint_{S_L} d\vec{S}.\vec{B}\right) \\ &= -\tfrac{d\Phi_c}{dt} \end{aligned}$$

avec S_L surface latérale du cylindre engendré par le mouvement de $\mathcal{C}$.

b) *$\mathcal{C}$ dans un champ externe $\vec{B}$ variable*

La *f.e.m* induite $e = -\frac{d\Phi}{dt}$ est la somme de 2 termes

$$e = \underbrace{-\oint_C \left(\vec{v} \wedge \overrightarrow{dl}\right).\vec{B}}_{\text{flux coupé}} + \underbrace{\iint_S \left(-\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}\right).\overrightarrow{dS}}_{\text{circulation de } \vec{E}_m}$$

Le premier terme est dû au *flux coupé* lors du déplacement du circuit ; le deuxième décrit la circulation d'un champ électromoteur associé à la variation temporelle de $\vec{B}$.

3.2 Inductance propre et inductance mutuelle

3.2.1 Inductance propre

Considérons un circuit filiforme (C) parcouru par un courant $i(t)$; ce circuit est traversé par son propre flux Φ ; càd le flux du champ $\vec{B}$ créé par le courant $i(t)$ qui traverse (C). On pose

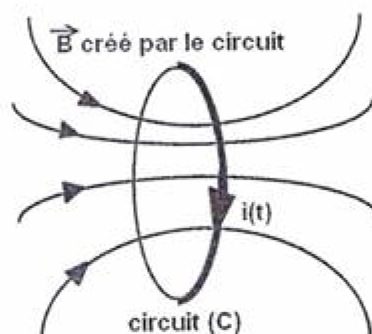


FIGURE 3.4 – *inductance propre L du circuit C*

$$\Phi = Li$$

ou L est le *coefficient d'inductance propre* ou self inductance du circuit. Ce coefficient ne dépend que de la géométrie du circuit et se mesure en Henrys.
Une variation du courant à travers le circuit produit une variation du flux Φ; et donc une *f.e.m* induite

$$e(t) = -\frac{d\Phi}{dt} = -L\frac{di}{dt}$$

3.2.2 Inductance mutuelle

Soient 2 circuits $(\mathcal{C}_1)$ et $(\mathcal{C}_2)$ parcourus par des courants i_1 et i_2 comme dans la figure Cherchons

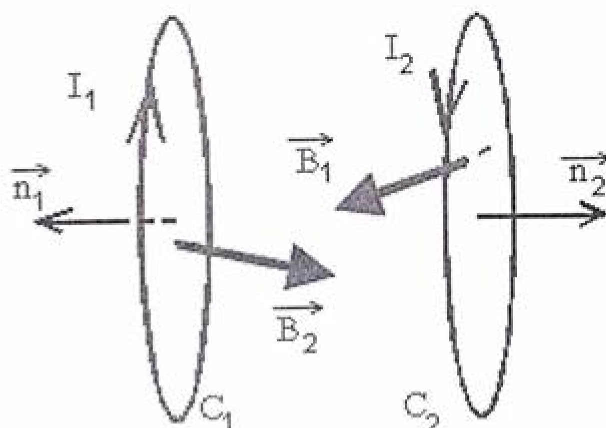


FIGURE 3.5 – *inductance Mmutuelle M entre C_1 et C_2*

le flux Φ_{21} du champ créé par $\mathcal{C}_1$ à travers $\mathcal{C}_2$

$$\begin{aligned}\Phi_{21} &= \iint_{S_2} \vec{B}_1.\vec{dS}_2 &= \iint_{S_2} rot\vec{A}_1.\vec{dS}_2 &= \oint_{C_2} \vec{A}_1.\vec{dl}_2 \\ &= \oint_{C_2}\left[\oint_{C_1} \frac{\mu_0 i_1}{4\pi r}\vec{dl}_1\right].\vec{dl}_2 &= \left(\oint_{C_2}\oint_{C_1}\frac{\mu_0\vec{dl}_1.\vec{dl}_2}{4\pi r}\right) i_1 &= M_{21}\times i_1\end{aligned}$$

avec M_{21} *le cefficient d'induction mutuelle* entre les 2 circuits donnée par la formule de Newmann

$$M_{21} = \frac{\mu_0}{4\pi}\oint_{C_2}\oint_{C_1}\frac{\vec{dl}_1.\vec{dl}_2}{r}$$

De même nous avons

$$\Phi_{12} = M_{12} i_2, \qquad M_{21} = M_{12} = M$$

Ce coefficient ne dépend que de la géométrie du circuit et se mesure aussi en Henrys.
La fem e_{21} induite dans le circuit C_2 (resp C_1) par une variation du courant i_1 (resp i_2) est :

$$\begin{aligned}e_{21} &= -\frac{d\Phi_{21}}{dt} &= -M\frac{di_1}{dt} \\ e_{12} &= -\frac{d\Phi_{12}}{dt} &= -M\frac{di_2}{dt}\end{aligned}$$

Le flux total à travers le circuit C_1 (resp C_2) s'écrit

$$\begin{aligned}\Phi_1 &= \Phi_{11}+\Phi_{12} &= L_1 i_1 + M i_2 \\ \Phi_2 &= \Phi_{22}+\Phi_{21} &= M i_1 + L_2 i_2\end{aligned}$$

qu'on peut écrire sous forme matricielle

$$\begin{pmatrix}\Phi_1\\ \Phi_2\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}L_1 & M\\ M & L_2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}i_1\\ i_2\end{pmatrix}$$

3.3 Energie emmagasinée dans une induction magnétique

Une facon de détérminer l'énergie W emmagasinée dans un champ d'induction magnétique $\vec{B}$ est de calculer l'energie fournie W par un générateur $\mathcal{G}$ à un circuit électrique (C) isolé pour faire parcourir un courant i ou de facon équivalente une densité courant $\vec{j}$.

3.3.1 Calcul des composantes W_{elec} et W_{mag} de l'énergie

Considérons un élément de volume du circuit $\mathcal{C}$

$$d\tau = dS.dl$$

et imaginons $d\tau$ un élément de volume cylindrique d'axe $\vec{e}_x$, de section $\overrightarrow{dS} = dS\ \vec{e}_x$ et de longueur $\overrightarrow{dl} = dx\vec{e}_x$ comme représentée dans la fig 3.3. Pour qu'un courant

$$i = \vec{j}.\overrightarrow{dS} = jdS, \quad \vec{j} = j\ \vec{e}_x$$

rentre de la face gauche F_1 du fil cylindrique et sort complement de la face droite F_2, il faut que le générateur $\mathcal{G}$ maintient une ddp égale dV non nulle entre les faces; càd :

$$V_1 - V_2 = -dV = -\overrightarrow{\text{grad}}V.\overrightarrow{dl}$$

a) energie dW recu par $\mathcal{C}$

Pendant un temps dt, l'élément de circuit recoit alors une énergie dW donnée par

$$\begin{aligned} dW &= -dV \times i \times dt \\ &= -dV \times jdS \times dt \end{aligned}$$

soit

$$\boxed{dW = -\vec{j}.\overrightarrow{\text{grad}}V \times d\tau \times dt}$$

b) Puissances $\mathcal{P}_{ele}$ et $\mathcal{P}_{mag}$

En utilsant la relation

$$\vec{E} = -\,\text{grad}\,V - \frac{\partial \vec{A}}{\partial t}$$

on peut re-écrire la relation précédente comme

$$d\mathcal{P} = \frac{dW}{dt} = \vec{j}.\left(\vec{E} + \frac{\partial \vec{A}}{\partial t}\right) d\tau$$

L'énergie totale par unité de temps fournie par le générateur à un volume $\mathcal{V}$ est alors

$$\mathcal{P} = \underbrace{\iiint_{\mathcal{V}} \vec{j}.\vec{E} d\tau}_{\mathcal{P}_{ele}} + \underbrace{\iiint_{\mathcal{V}} \vec{j}.\frac{\partial \vec{A}}{\partial t} d\tau}_{\mathcal{P}_{mag}}$$

avec

$$\boxed{\mathcal{P}_{ele} = \iiint_{\mathcal{V}} \frac{\vec{j}.\vec{j}}{\sigma} d\tau \quad , \quad \mathcal{P}_{mag} = \iiint_{\mathcal{V}} \vec{j}.\frac{\partial \vec{A}}{\partial t} d\tau}$$

et ou nous avons remplacé $\vec{j} = \sigma\vec{E}$ avec σ la conductivité du fil. Le terme $\mathcal{P}_{ele}$ est la puissance *dissipée* par effet joules dans le volume $\mathcal{V}$. Le terme $\mathcal{P}_{mag}$ represente puissance *emmagasinée* dans le champs magnétique.

3.3.2 Energie magnétique W_{mag}

a) *W_{mag} en fonction de $\vec{B}$*

Pour obtenir l'expression de l'énergie magnétique W_{mag} en fonction du champs d'induction $\vec{B}$, on part de la relation

$$\mathcal{P}_{mag} = \iiint_{\mathcal{V}} \vec{j}.\frac{\partial \vec{A}}{\partial t} d\tau$$

et on remplace $\vec{j}$ en utilisant la relation $rot\vec{B} = \mu_0 \vec{j}$, on a :

$$\begin{aligned} \mathcal{P}_{mag} &= \frac{1}{\mu_0} \iiint_{\mathcal{V}} \left(\frac{\partial \vec{A}}{\partial t}.rot\vec{B}\right) d\tau \\ &= \frac{1}{\mu_0} \iiint_{\mathcal{V}} \vec{B}.\frac{\partial}{\partial t}\left(rot\vec{A}\right) d\tau + \frac{1}{\mu_0} \iiint_{\mathcal{V}} \mathrm{div}\left(\frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \wedge \vec{B}\right) \end{aligned}$$

En remplacant $\vec{B} = rot\vec{A}$ et en ignorant le terme de divergence vu que c'est un effet de bord, on obtient

$$W_{mag} = \iiint_{\mathcal{V}} \frac{\vec{B}^2}{2\mu_0} d\tau \tag{3.4}$$

et d'ou la densité d'énergie magnétique

$$\boxed{\frac{dW_{mag}}{d\tau} = \frac{\vec{B}^2}{2\mu_0}}$$

b) *W_{mag} en fonction de $\vec{j}$ et $\vec{A}$*

Pour obtenir cette relation, on utlise la propriété de dérivation

$$\vec{\nabla}.(\vec{A} \wedge \vec{B}) = \vec{B}.(\vec{\nabla} \wedge \vec{A}) - \vec{A}.(\vec{\nabla} \wedge \vec{B}) = \vec{B}^2 - \vec{A}.(\vec{\nabla} \wedge \vec{B})$$

ce qui donne

$$\vec{B}^2 = \vec{A}.(\vec{\nabla} \wedge \vec{B}) + \vec{\nabla}.(\vec{A} \wedge \vec{B}) = \mu_0 \vec{A}.\vec{j} + \mathrm{div}(\vec{A} \wedge \vec{B})$$

Remplacons dans (3.4), on obtient

$$\begin{aligned} W_{mag} &= \iiint_{\mathcal{V}} \frac{\vec{A}.\vec{j}}{2} d\tau + \frac{1}{2\mu_0} \iiint_{\mathcal{V}} \mathrm{div}(\vec{A} \wedge \vec{B}) d\tau \\ &= \iiint_{\mathcal{V}} \frac{\vec{A}.\vec{j}}{2} d\tau + \frac{1}{2\mu_0} \iint_{\partial\mathcal{V}} \vec{A} \wedge \vec{B} d\tau \\ &= \iiint_{\mathcal{V}} \frac{\vec{A}.\vec{j}}{2} d\tau + \text{ un terme de bord} \end{aligned}$$

d'ou

$$W_{mag} = \frac{1}{2} \iiint_{\mathcal{V}} \vec{A}.\vec{j} d\tau$$

et

$$\boxed{\frac{dW_{mag}}{d\tau} = \frac{1}{2}\vec{A}.\vec{j}}$$

c) *W_{mag} en fonction du courant I et Φ*

Dans le cas d'un circuit filiforme, on peut remplacer

$$\vec{\jmath}d\tau \quad \rightarrow \quad I\vec{dl}$$

on a alors

$$\begin{aligned} W_{mag} &= \tfrac{1}{2}\oint_{circuit} I\vec{dl}.\vec{A} \\ &= \tfrac{I}{2}\iint_{surface} \vec{dS}.rot\vec{A} = \tfrac{I}{2}\iint_{surface} \vec{B}.\vec{dS} \end{aligned}$$

soit

$$\boxed{W_{mag} = \tfrac{1}{2}I\Phi}$$

d) *W_{mag} en fonction des courants et des inductances*

cas d'un circuit

$$\boxed{\Phi = LI \quad \Rightarrow \quad W_{mag} = \tfrac{1}{2}LI^2}$$

cas de 2 circuits C_1 et C_2

$$W_{mag} = \frac{1}{2}I_1\Phi_1 + \frac{1}{2}I_2\Phi_2$$

remplacons

$$\begin{aligned} \Phi_1 &= \Phi_{11} + \Phi_{12} = L_1I_1 + MI_2 \\ \Phi_2 &= \Phi_{21} + \Phi_{22} = L_2I_2 + MI_1 \end{aligned}$$

on obtient

$$\boxed{W_{mag} = \tfrac{1}{2}L_1I_1^2 + \tfrac{1}{2}L_2I_2^2 + MI_1I_2}$$

3.4 Applications

L'induction électromagnétique est très utilisée dans les machines électriques qui convertissent une forme d'énergie en une autre forme à l'exemple de :

i) l'énergie mécanique en énergie électrique (alternateurs, génerateurs de courant continu),

ii) l'énergie électrique en énergie mécanique (moteurs électriques),

iii) l'énergie électrique en une autre forme de l'énergie électrique plus accessible (transformateurs).

Exemple :

Un transformateur de mesure dans lequel la tension secondaire u_2 est pratiquement proportionnelle à la tension primaire u_1 et déphasée par rapport à celle-ci d'un angle voisin de zéro. Ce transformateur est formé de :

- un enroulement primaire de N_1 spires, de résistance R_1 et d'inductance L_1,
- un enroulement secondaire de N_2 spires, de résistance R_2 et d'inductance L_2,
- un circuit magnétique en tôle feuilletée pour assurer la circulation du flux magnétique. Il relie magnétiquement les enroulements primaire et secondaire, fig 3.6.

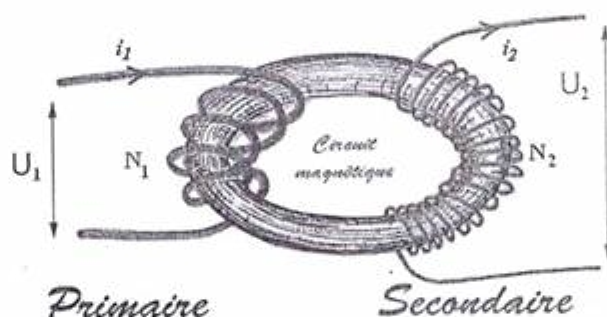


FIGURE 3.6 – *Transformateur de tension*

Lorsque le primaire est alimenté par une tension alternative $u_1(t)$, il s'établit par spire un flux $\phi(t)$ alternatif qui traverse le secondaire aux bornes duquel apparait une force électromotrice induite $e_2(t)$ obeissant la loi de Lenz

$$e_2(t) = -N_2 \frac{d\phi}{dt}$$

Si on néglige la résistance R_1 du primaire et la R_2 du secondaire, on peut ecrire :

$$\begin{array}{lcccl} u_1 & \simeq & e_1(t) & = & -N_1 \frac{d\phi}{dt} \\ u_2 & \simeq & e_2(t) & = & -N_2 \frac{d\phi}{dt} \end{array}$$

Le rapport $r = \frac{u_2}{u_1}$ de transformation est alors

$$\frac{u_2}{u_1} = \frac{N_2}{N_1} \Rightarrow u_2 = \frac{N_2}{N_1} \times u_1$$

exemple : les transformateurs $u_1 = 60kV$ et $u_2 = 20kV$.